Formelsammlung

Diese Formelsammlung können Sie während der Prüfung benutzen.

Zeichen	Sprechweise / Bedeutung	Zeichen	Sprechweise / Bedeutung
$<\quad\leq$	kleiner als kleiner oder gleich	$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$>\quad\geq$	größer als größer oder gleich	$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
(a,b)	offenes Intervall $a<x<b,\ x\in\mathbb{R}$	$\mathbb{Q}$	Menge der rationalen Zahlen
$[a,b]$	abgeschlossenes I. $a\leq x\leq b,\ x\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$[a,b)$	halboffenes I. $a\leq x<b,\ x\in\mathbb{R}$	$\pm\infty$	unendlich
$(a,b]$	halboffenes I. $a<x\leq b,\ x\in\mathbb{R}$	$log_a\, x$	Logarithmus x zur Basis a
$y=f(x)$	f von x (Wert y der Funktion f an der Stelle x)	$ln(x)$	Logarithmus x zur Basis e
a^b	a hoch b (Potenz)	$lg(x)$	Logarithmus x zur Basis 10
$\sqrt{a}\quad\sqrt[n]{a}$	Quadratwurzel aus a n-te Wurzel aus a	$lb(x)$	Logarithmus x zur Basis 2

Rechenart	Term		Rechenart	Term	
Addieren	$a+b$	Summe	Radizieren	$\sqrt[n]{a}$	n-te Wurzel von a
Subtrahieren	$a-b$	Differenz	Potenzieren	a^n	n-te Potenz zur Basis a
Multiplizieren	$a\cdot b = ab$	Produkt	Logarithmieren	$log_a(b)$	Logarithmus von b zur Basis a
Dividieren	$a:b=\frac{a}{b}=a/b$	Quotient			

Potenzen	Wurzeln	Logarithmen
$a^n=a\cdot a\cdot\ldots\cdot a$ $(n-mal)$	$\sqrt[n]{a}=b\Leftrightarrow b^n=a$	$log_a(b)=c\Leftrightarrow a^c=b$
a Basis n Exponent	a Radikant n Wurzelexponent	$a=Basis\quad a\in\mathbb{R}$ $a>0,\quad a\neq 1$
$a^0=1;\ a^1=a;\ a^{-n}=\frac{1}{a^n}$	$b>0$	$b=Numerus\quad b\in\mathbb{R},\quad b>0$
$a\in\mathbb{R}\backslash\{0\}\quad n\in\mathbb{N}$	$a\in\mathbb{R},\ a\geq 0\quad n\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$	$log_a(1)=0;\quad log_a(a)=1$
$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$	$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$	$log_a(u\cdot v)=log_a(u)+log_a(v)$ $u,v\in\mathbb{R},\ u,v>0$
$a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$	$\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[n]{a}=\sqrt[m\cdot n]{a^{m+n}}$	$log_a\left(\frac{u}{v}\right)=log_a(u)-log_a(v)$ $u,v\in\mathbb{R},\ u,v>0$
$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n};\ \frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$	$log_a(u^r)=r\cdot log_a(u);\ \ r\in\mathbb{R}$
$(a^m)^n=a^{m\cdot n}$	$\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a^{n-m}};\ \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$log_a(\sqrt[n]{u})=\frac{1}{n}\cdot log_a(u)\,;n\in\mathbb{N}\backslash\{0\}$
$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a};\quad a\geq 0$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a};\quad a\geq 0$	Basiswechsel von Logarithmen $log_a(b)=\frac{log_c(b)}{log_c(a)}=\frac{lg(b)}{lg(a)}=\frac{ln(b)}{ln(a)}$
$a^{-\frac{1}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a}};\quad a>0$	$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}};\quad a>0$	$(log_a(b))\cdot(log_b(a))=1$

Binomische Formeln	
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$
Mehrgliedrige Ausdrücke	
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$	

Prozentrechnen					
Begriffe	*Prozentsatz 16%*	*von*	*Grundwert 400 kg*	*sind*	*Prozentwert 64 kg*
Bezeichnung	$p\%$		G		W
Formel	$p\%=\frac{100\cdot W}{G}\%$		$G=\frac{100\cdot W}{p}$		$W=\frac{p\cdot G}{100}$
Zinsen					
Begriffe	*Zinssatz 5%*		*Kapital 700€*		*Zins 35€*
Bezeichnung	$p\%$		K		Z
Formel	$p\%=\frac{100\cdot Z}{K}\%$		$K=\frac{100\cdot Z}{p}$		$Z=\frac{p\cdot K}{100}$
Zinseszins					
Wird ein Kapitel K_0 mit Zinssatz p% über n Jahre verzinst, so beträgt das Endkapital K_n nach n Jahren:	$K_n=K_0\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$				

Quadratische Gleichungen	allgemeine Form	Normalform	
Gleichung	$ax^2+bx+c=0$	$x^2+px+q=0$	$a,b,c,p,q\ \in\mathbb{R}$ $a\neq 0$
Lösungen	$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$	
Diskriminante	$D=b^2-4ac$		
Lösungen in $\mathbb{R}$	$D>0\quad\Rightarrow\quad L=\{x_1,x_2\}$ *zwei verschiedene Lösungen* $D=0\quad\Rightarrow\quad L=\{x_1\}=\{x_2\}$ *zwei gleiche Lösungen* $D<0\quad\Rightarrow\quad L=\emptyset$ *keine Lösung*		

Trigonometrische Funktionen (Winkelfunktionen)	Umkehrfunktionen
$Sinus\ f(x) = sin(x)$ $D_f = \mathbb{R} \quad W_f = [-1,+1]$ $Nullstellen: x_k = k\pi \quad k \in \mathbb{N}$ $sin(x + 2k\pi) = sin(x) \quad Periode\ 2\pi$	$Arkussinus\ f(x) = arcsin(x)$ $D_f = [-1,+1] \quad W_f = \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$ $Nullstellen: x_0 = 0$
$Kosinus\ f(x) = cos(x)$ $D_f = \mathbb{R} \quad W_f = [-1,+1]$ $Nullstellen: x_k = (2k+1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{N}$ $cos(x + 2k\pi) = cos(x) \quad Periode\ 2\pi$	$Arkuskosinus\ f(x) = arccos(x)$ $D_f = [-1,+1] \quad W_f = [0,+\pi]$ $Nullstellen: x_0 = 1$
$Tangens\ f(x) = tan(x) = \frac{sin(x)}{cos(x)}$ $D_f = \mathbb{R}\backslash\left\{(2k+1) \cdot \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{N}\right\} W_f = [-\infty,+\infty]$ $Nullstellen: x_k = k\pi \quad k \in \mathbb{N}$ $tan(x + k\pi) = tan(x) \quad Periode\ \pi$	$Arkustangens\ f(x) = arctan(x)$ $D_f = \mathbb{R} \quad W_f = \left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right)$ $Nullstellen: x_0 = 0$
$Kotangens\ f(x) = cot(x) = \frac{1}{tan(x)}$ $D_f = \mathbb{R}\backslash\{k\pi, k \in \mathbb{N}\} \quad W_f = [-\infty,+\infty]$ $Nullstellen: x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{N}$ $cot(x + k\pi) = cot(x) \quad Periode\ \pi$	$Arkuskotangens\ f(x) = arccot(x)$ $D_f = \mathbb{R} \quad W_f = (0,\pi)$ $Nullstellen: keine$

Grundbeziehungen zwischen Winkelfunktionen

$$sin^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$$

$$cos^2(\alpha) - sin^2(\alpha) = cos(2\alpha)$$

$$2\,sin(\alpha)\,cos(\alpha) = sin(2\alpha)$$

$$sin^2(\alpha) = \frac{1 + tan^2(\alpha)}{tan^2(\alpha)}$$

$$cos^2(\alpha) = \frac{1}{1 + tan^2(\alpha)}$$

$$sin(\alpha + \beta) = sin(\alpha)\,cos(\beta) + cos(\alpha)\,sin(\beta)$$

$$sin(\alpha - \beta) = sin(\alpha)\,cos(\beta) - cos(\alpha)\,sin(\beta)$$

$$cos(\alpha + \beta) = cos(\alpha)\,cos(\beta) - sin(\alpha)\,sin(\beta)$$

$$cos(\alpha - \beta) = cos(\alpha)\,cos(\beta) + sin(\alpha)\,sin(\beta)$$

$$sin(3\alpha) = 3\,sin(\alpha) - 4sin^3(\alpha) \qquad cos(3\alpha) = 4cos^3(\alpha) + 3\,cos(\alpha)$$

$$tan(2x) = \frac{2\,tan(\alpha)}{1 - tan^2(\alpha)}$$

$$sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-cos(\alpha)}{2}}, \alpha \in [0,2\pi] \qquad cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+cos(\alpha)}{2}}, \alpha \in [-\pi,\pi]$$

$$tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{sin(\alpha)}{1+cos(\alpha)}$$

Spezielle Funktionswerte trigonometrischer Funktionen				
α (Gradmaß)	***x (Bogenmaß)***	***sin(x)***	***cos(x)***	***tan(x)***
0^0	0	0	1	0
30^0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
45^0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1
60^0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90^0	$\frac{\pi}{2}$	1	0	nicht definiert
120^0	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
135^0	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1
150^0	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
180^0	π	0	-1	0
210^0	$\frac{7}{6}\pi$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
225^0	$\frac{5}{4}\pi$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1
240^0	$\frac{4}{3}\pi$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
270^0	$\frac{3}{2}\pi$	-1	0	nicht definiert
300^0	$\frac{5}{3}\pi$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
315^0	$\frac{7}{4}\pi$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1
330^0	$\frac{11}{6}\pi$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
360^0	2π	0	1	0

Geometrie / rechtwinkliges Dreieck
Hypotenuse c, Katheten a und b, Winkel γ=90⁰

Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$		**Flächeninhalt:** $A = \frac{a \cdot b}{2}$	
Höhensatz des Euklid: $h_c^2 = p \cdot q$		**Umfang:** $U = a + b + c$	
Kathetensatz des Euklid: $b^2 = c \cdot q \quad a^2 = c \cdot p$			
$sin(\alpha) = \frac{a}{c}$	$cos(\alpha) = \frac{b}{c}$	$tan(\alpha) = \frac{a}{b}$	$cot(\alpha) = \frac{b}{a}$
$sin(\beta) = \frac{b}{c}$	$cos(\beta) = \frac{a}{c}$	$tan(\beta) = \frac{b}{a}$	$cot(\beta) = \frac{a}{b}$